



Politechnika Wroclawska

Wiedza niepewna i wnioskowanie (c.d.)

Dariusz Banasiak

Katedra Informatyki Technicznej

Wydział Elektroniki

Wnioskowanie przybliżone

Wnioskowanie w logice tradycyjnej (dwuwartościowej) polega na stwierdzeniu prawdziwości pewnego zdania (lub zdań) na podstawie prawdziwości innych zdań.

Przebieg procesu wnioskowania można przedstawić według następującego schematu:

- nad kreską poziomą zapisujemy wszystkie zdania, na podstawie których wnioskujemy (przesłanki),
- pod kreską zapisujemy otrzymany wniosek (konkluzję).

W procesie wnioskowania można używać wiele typów reguł (schematów) wnioskowania. Często stosowanymi regułami są: *modus ponens* oraz *modus tollens*.

Reguła *modus ponens*

Regułę wnioskowania *modus ponens* określa następujący schemat wnioskowania:

przesłanka	A
implikacja	$A \rightarrow B$
wniosek	B

Przykład

A = „Jan jest kierowcą” B = „Jan ma prawo jazdy”

Jeżeli zdanie A jest prawdziwe, to również zdanie B jest prawdziwe.

Reguła *modus tollens*

Regułę wnioskowania *modus tollens* określa następujący schemat wnioskowania:

przesłanka	$\neg B$
implikacja	$A \rightarrow B$
wniosek	$\neg A$

Przykład

Dany jest fakt: „Jan nie ma prawa jazdy” ($\neg B$). Na podstawie powyższej reguły możemy stwierdzić, że „Jan nie jest kierowcą”.

Reguły wnioskowania modus ponens oraz modus tollens dla logiki dwuwartościowej można rozszerzyć na przypadek logiki rozmytej.

Pojęcie zmiennej lingwistycznej

Zmienną lingwistyczną nazywamy „czwórkę” (Z, T, U, m) , gdzie:

- Z – nazwa zmiennej lingwistycznej,
- T – zbiór terminów (wartości rozmytych),
- U – zbiór wartości liczbowych (uniwersum),
- m – reguły, które łączą wartości ze zbioru T ze zbiorami rozmytymi określonymi na zbiorze U.

Zmienne lingwistyczne to takie zmienne, które przyjmują jako swoje wartości słowa (lub zdania) wypowiedziane w języku naturalnym np. „mała prędkość”, „wysoka cena”.

Przykład

Rozpatrzmy zmienną lingwistyczną opisującą temperaturę zupy.

Z = TEMPERATURA_ZUPY

T = { zimna, ciepła, gorąca }

U = { 10, 11, 12, ... , 80 } – wartość liczbowa w stopniach Celsjusza

m : zimna \rightarrow A, ciepła \rightarrow B, gorąca \rightarrow C

(A, B, C – zbiory rozmyte określone na U np. $\mu_A = L_{25,40}$).

Uogólniona rozmyta reguła *modus ponens*

Uogólnioną rozmytą regułę wnioskowania *modus ponens* określa następujący schemat wnioskowania:

przesłanka	x jest A'
implikacja	(x jest A) \rightarrow (y jest B)
wniosek	y jest B'

gdzie:

x, y – zmienne lingwistyczne,

A, A' \subseteq X; B, B' \subseteq Y – zbiory rozmyte

Uogólniona rozmyta reguła *modus tollens*

Uogólnioną rozmytą regułę wnioskowania *modus tollens* określa następujący schemat wnioskowania:

przesłanka	y jest B'
implikacja	(x jest A) \rightarrow (y jest B)
wniosek	x jest A'

gdzie:

x, y – zmienne lingwistyczne,

A, A' \subseteq X; B, B' \subseteq Y – zbiory rozmyte

Przykład

Dany jest następujący schemat wnioskowania:

przesłanka implikacja	prędkość samochodu jest duża prędkość samochodu jest bardzo duża → poziom hałas jest wysoki
wniosek	poziom hałas jest średniowysoki

Zmienne logiczne:

x – prędkość samochodu

y – poziom hałasu

Zbiór wartości zmiennej x:

$$T_1 = \{ \text{„mała”, „średnia”, „duża”, „bardzo duża”} \}$$

Zbiór wartości zmiennej y:

$$T_2 = \{ \text{„mały”, „średni”, „średniowysoki”, „wysoki”} \}$$

Każdemu elementowi ze zbiorów T_1 i T_2 można przyporządkować odpowiedni zbiór rozmyty np.:

$$\text{dla } T_1: \text{„mała”} \rightarrow L_{30,50} ; \dots$$

$$\text{dla } T_2: \text{„mały”} \rightarrow L_{30,40} ; \dots \text{ (np. poziom hałasu w dB)}$$

Dla powyższego schematu wnioskowania otrzymujemy:

$A =$ „bardzo duża”

$A' =$ „duża”

$B =$ „wysoki”

$B' =$ „średniowysoki”

Dla $A'=A$ i $B'=B$ otrzymujemy klasyczną (dwuwartościową) regułę wnioskowania.

Ponieważ jednak $A' \neq A$ należy się zastanowić, jak na podstawie przesłanki A' oraz implikacji $A \rightarrow B$ określić wniosek B' .

Wniosek reguły rozmytej odnosi się do pewnego zbioru rozmytego B' , który jest określony przez złożenie zbioru rozmytego A' i rozmytej implikacji $A \rightarrow B$:

$$B' = A' \circ (A \rightarrow B),$$

przy czym funkcja przynależności zbioru rozmytego B' ma postać:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in X} \{ \mu_{A'}(x) \overset{T}{*} \mu_{A \rightarrow B}(x, y) \}$$

Zapis $a*b$ oznacza działanie T-normy na argumentach a i b .

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = T(\mu_A(x), \mu_B(y)) \text{ (wnioskowanie Mamdaniego)}$$

Intuicyjne relacje między przesłankami i wnioskami uogólnionej rozmytej reguły *modus ponens*:

przesłanka x jest A'	wniosek y jest B'
x jest A	y jest B
x jest „bardzo A”	y jest „bardzo B”
x jest „bardzo A”	y jest B
x jest „mniej więcej A”	y jest „mniej więcej B”
x jest „mniej więcej A”	y jest B
x jest „nie A”	y jest nieokreślone
x jest „nie A”	Y jest „nie B”

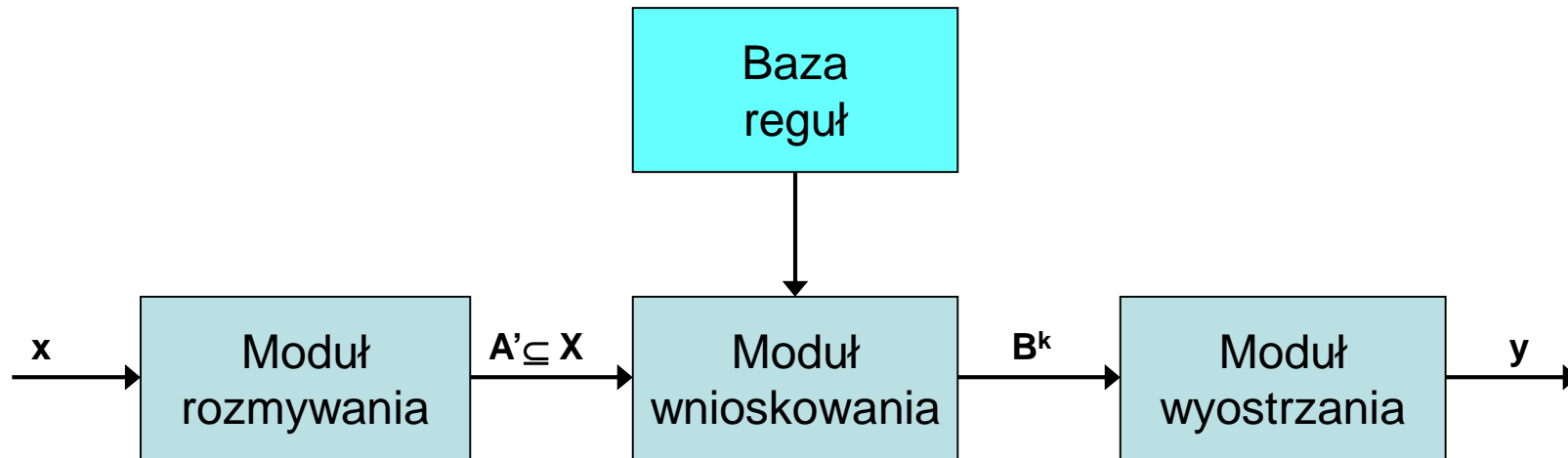
Sterowanie rozmyte

Jednym z ważniejszych zastosowań logiki rozmytej są systemy sterowania.

Sterowniki rozmyte (FLC – fuzzy logic controller) stanowią poważną alternatywę dla sterowników klasycznych tam, gdzie nie jest wymagana bezwzględna precyzja, liczy się natomiast przede wszystkim prostota rozwiązania i szybkość działania.

Celem sterowania rozmytego jest takie przetwarzanie danych wejściowych na dane wyjściowe, aby osiągnąć i utrzymać pożądaný stan urządzenia (systemu).

Schemat blokowy sterownika rozmytego:



x – sygnały wejściowe (liczbowe)

y – sygnały wyjściowe (liczbowe)

A' , B^k – zbiory rozmyte

Moduł rozmywania

Moduł rozmywania służy do zastąpienia każdej „ostrej” wartości wejściowej zbiorem rozmytym. Jest to konieczne, ponieważ moduł wnioskujący działa na zbiorach rozmytych.

Konkretne wartości liczbowe sygnałów wejściowych zastępowane są odpowiednimi wartościami zmiennych lingwistycznych np. „mały”, „średni”, „duży”.

Często stosowanym rozwiązaniem jest zastąpienie każdej wartości ostrej odpowiednim singletonem rozmytym.

Singleton rozmyty jest to zbiór rozmyty, który stanowi jeden punkt x_0 z wartością $m(x_0) \in [0,1]$.

Baza reguł

Baza reguł stanowi reprezentację wiedzy eksperta o typowych i możliwych wartościach zmiennych stanu i zmiennych sterowania, o zachowaniu się urządzenia pod wpływem zmian sterowania, o pożądanym stanie urządzenia itd..

Baza ta składa się z reguł rozmytych postaci:

IF (x_1 jest A_1) **AND** (x_2 jest A_2) **AND** ... **AND** (x_n jest A_n)
THEN (y_1 jest B_1) **AND** (y_1 jest B_1) **AND** ... **AND** (y_m jest B_m)

Baza reguł rozmytych nazywana jest modelem lingwistycznym procesu sterowania.

Moduł wnioskowania

Głównym elementem sterownika rozmytego jest moduł wnioskowania. Działa on w oparciu o jeden schemat wnioskowania przybliżonego np. modus ponens.

Sposób wyliczenia zbioru wynikowego zależy w tym schemacie od wyboru T-normy. W sterowaniu rozmytym najczęściej przyjmuje się operację minimum lub produktu (iloczynu algebraicznego).

W czasie wnioskowania, dla każdej reguły z bazy określa się stopień prawdziwości części przesłankowej (na podstawie stopnia prawdziwości każdego ze stwierdzeń). Na tej podstawie określa się stopień prawdziwości konkluzji (zakłada się, są one sobie równe).

Moduł wyostrzania

Moduł wyostrzania zamienia zbiory rozmyte na ostre wartości liczbowe (rzeczywiste wartości sterujące).

Jeżeli uzyskany na wyjściu modułu wnioskowania zbiór rozmyty ma pojedynczą wartość szczytową (nie występują maksima lokalne), to należy ją wybrać jako poszukiwaną wartość ostrą.

Na ogół wybór wartości ostrej nie jest zadaniem prostym. Stosowane są wówczas różne metody wyostrzania np. metoda środka ciężkości lub metoda średniej z maksimumów.

Przykład (z książki „Perełki programowania gier”)

Należy stworzyć model realnego ruchu ulicznego. Zadanie polega na takim sterowaniu samochodem, aby utrzymywał on bezpieczną odległość od samochodu jadącego przed nim (np. dwie długości samochodu).

W celu rozwiązania zadania zdefiniowane zostaną dwie zmienne lingwistyczne:

- odległość – jest to odległość od poprzedzającego samochodu
- zmiana_odległości – określa sposób, w jaki zmienia się odległość między samochodami (stała, zmniejsza się, ...)

Dla powyższych zmiennych lingwistycznych oraz funkcji sterowania samochodem określono wartości jakie mogą przyjmować oraz odpowiadające im zbiory rozmyte.

Definicja dla zmiennej „odległość”:

Wartość	zbiór rozmyty
bardzo mała	mniej niż jedna długość samochodu
mała	około jednej długości samochodu
idealna	około dwóch długości samochodu
duża	około trzech długości samochodu
bardzo duża	powyżej trzech długości samochodu

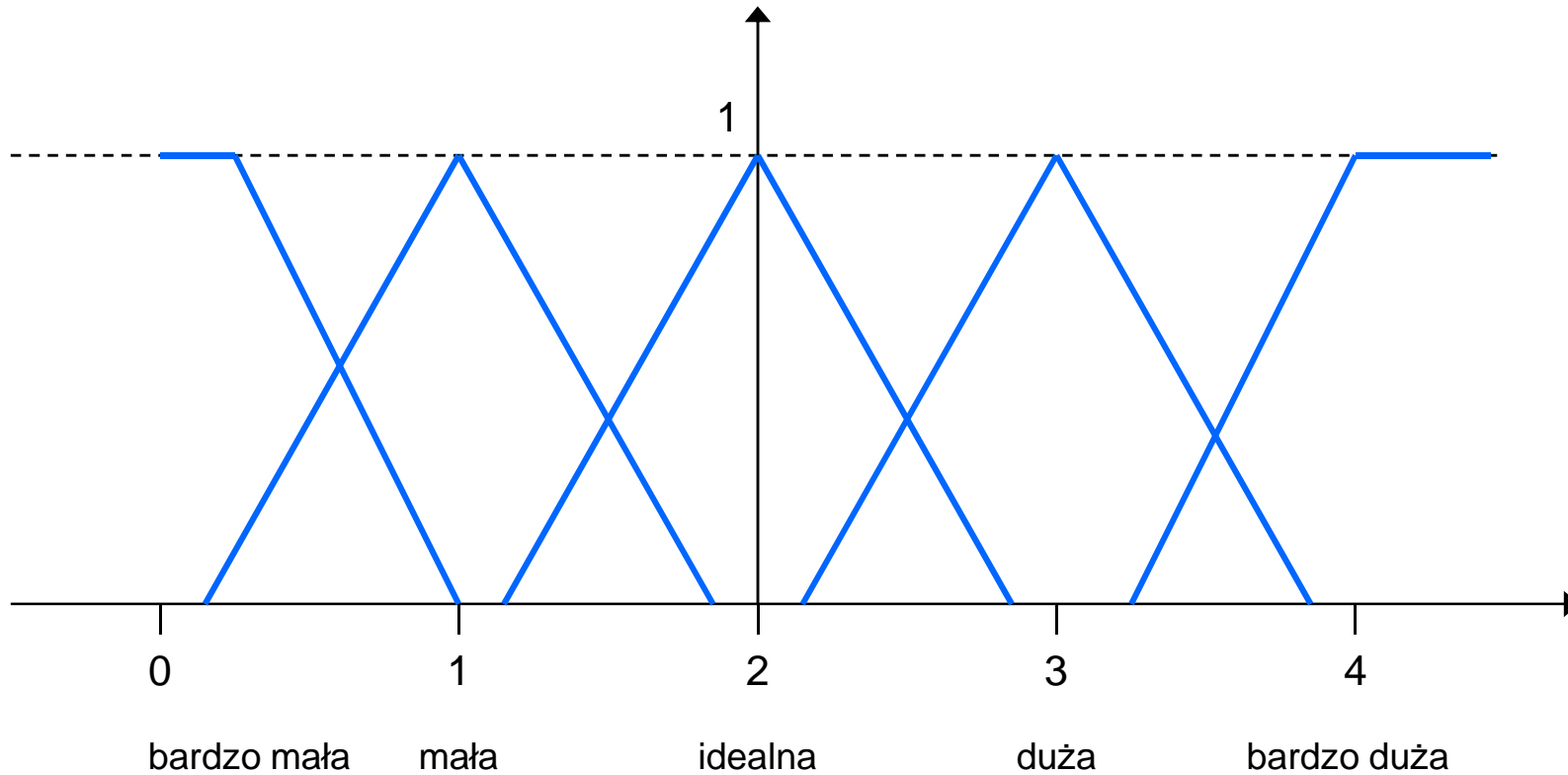
Definicja dla zmiennej „zmiana_odległości”:

Wartość	zbiór rozmyty
szybko maleje	znacznie ujemna (połowa aktualnej prędkości)
maleje	mniejsza od zera
stała	około zera (identyczna prędkość samochodów)
rośnie	większa od zera
szybko rośnie	znacznie dodatnia (połowa aktualnej prędkości)

Definicja dla zmiennej „akcja”:

Wartość	zbiór rozmyty
mocno hamuj	zmniejsz prędkość o połowę ($v = v/2$)
zwolnij	zmniejsz prędkość o jedną czwartą ($v = v/4$)
zachowaj v	nic nie rób
przyspiesz	zwiększ prędkość o połowę ($v = v+v/2$)
mocno przyspiesz	zwiększ prędkość dwukrotnie ($v = 2*v$)

Zbiory rozmyte dla zmiennej „odległość”:



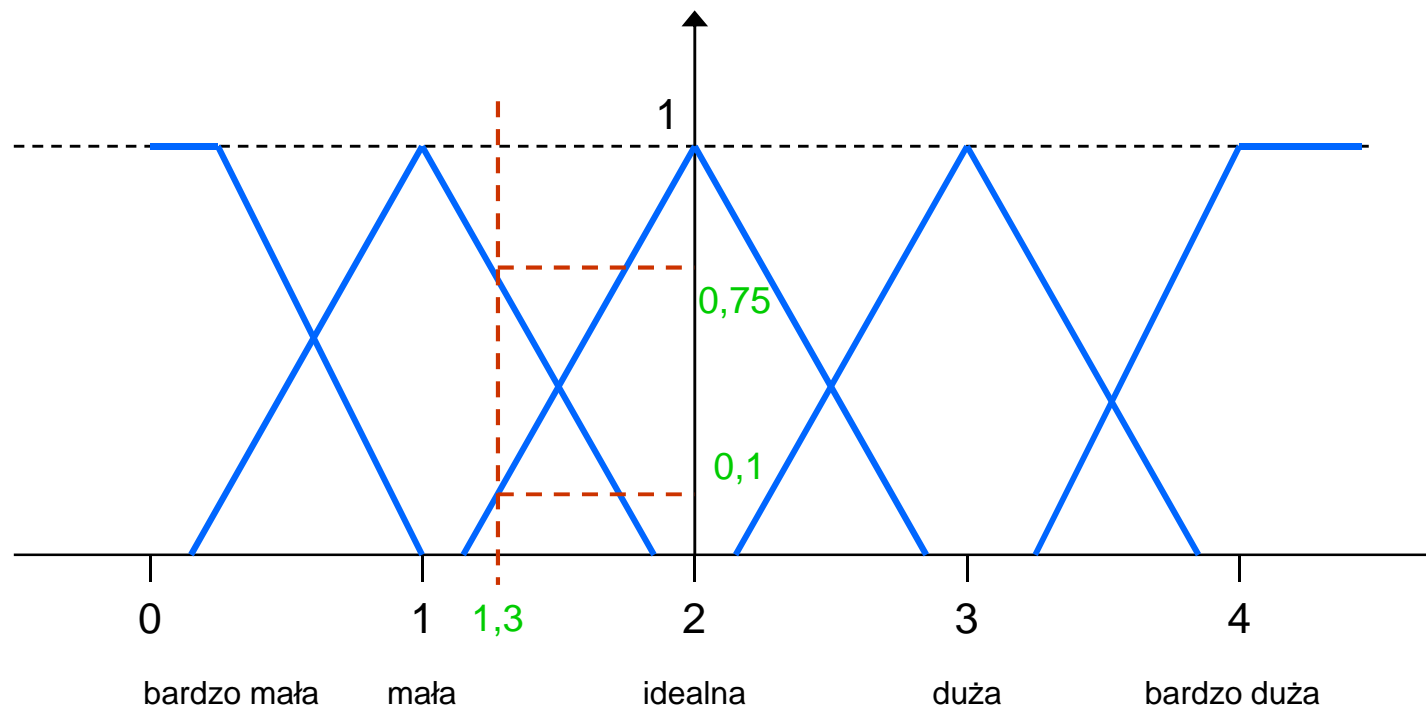
Bazę reguł przedstawiono w postaci tabeli:

zmiana_odległości

		szybko maleje	maleje	stała	rośnie	szybko rośnie
odległość	bardzo mała	mocno hamuj	mocno hamuj	zwolnij	zwolnij	zachowaj prędkość
	mała	mocno hamuj	zwolnij	zwolnij	zachowaj prędkość	przyspiesz
	idealna	zwolnij	zwolnij	zachowaj prędkość	przyspiesz	przyspiesz
	duża	zwolnij	zachowaj prędkość	przyspiesz	przyspiesz	mocno przyspiesz
	bardzo duża	zachowaj prędkość	przyspiesz	przyspiesz	mocno przyspiesz	mocno przyspiesz

Rozpatrzmy działanie sterownika dla następujących wartości ostrych sygnałów wejściowych:

odległość = 1,3 oraz zmiana_odległości = 0,25



Zmienna lingwistyczna „odległość” przyjmuje następujące wartości rozmyte:

idealna = 0,1 (przynależność $x_1=1,3$ do zbioru „idealna”)

mała = 0,75 (przynależność $x_1=1,3$ do zbioru „mała”)

Analogicznie określamy wartości rozmyte dla zmiennej lingwistycznej „zmiana_odległości”:

stała = 0,6 (przynależność $x_2=0,25$ do zbioru „stała”)

rośnie = 0,3 (przynależność $x_2=0,25$ do zbioru „rośnie”)

Ponieważ zmienna „odległość” przyjmuje dwie wartości („mała” i „idealna”) i zmienna „zmiana_odległości” przyjmuje również dwie wartości („stała” i „rośnie”) w procesie wnioskowania zostaną uwzględnione cztery reguły:

1. **IF** (odległość jest mała) i (zmiana_odległości rośnie)
THEN (zachowaj prędkość)
2. **IF** (odległość jest mała) i (zmiana_odległości stała)
THEN (zwolnij)
3. **IF** (odległość jest idealna) i (zmiana_odległości rośnie)
THEN (przyspiesz)
4. **IF** (odległość jest idealna) i (zmiana_odległości stała)
THEN (zachowaj prędkość)

Ilustracja wyboru reguł na podstawie wartości zmiennych lingwistycznych:

zmiana_odległości

		szybko maleje	maleje	stała	rośnie	szybko rośnie
odległość	bardzo mała	mocno hamuj	mocno hamuj	zwolnij	zwolnij	zachowaj prędkość
	mała	mocno hamuj	zwolnij	zwolnij	zachowaj prędkość	przyspiesz
	idealna	zwolnij	zwolnij	zachowaj prędkość	przyspiesz	przyspiesz
	duża	zwolnij	zachowaj prędkość	przyspiesz	przyspiesz	mocno przyspiesz
	bardzo duża	zachowaj prędkość	przyspiesz	przyspiesz	mocno przyspiesz	mocno przyspiesz

Następny krok polega na określeniu dla każdej reguły jej stopnia prawdziwości. Jako T-normę zastosujemy operację minimum:

$$w_1 = \min\{ 0,75; 0,3 \} = 0,3$$

$$w_2 = \min\{ 0,75; 0,6 \} = 0,6$$

$$w_3 = \min\{ 0,1; 0,3 \} = 0,1$$

$$w_4 = \min\{ 0,1; 0,6 \} = 0,1$$

Na tej podstawie określamy stopień prawdziwości poszczególnych akcji:

$$\text{zachowaj prędkość} = \max\{ 0,3; 0,1 \} = 0,3 \quad (\text{reguły 1 i 4})$$

$$\text{zwolnij} = 0,6 \quad (\text{reguła 2})$$

$$\text{przyspiesz} = 0,1 \quad (\text{reguła 3})$$

Zastosowania logiki rozmytej

W module wyostrzania następuje określenie rzeczywistej akcji (konkretnej wartości prędkości):

